

1. Calculer les primitives de fractions rationnelles suivantes :

a. $\int \frac{dt}{t^3 - 1}$.

b. $\int \frac{t^2 + t + 1}{(t^2 - 1)^2} dt$.

c. $\int \frac{t}{(t^4 + 1)^2} dt$.

2. Calculer les primitives suivantes :

a. $\int \frac{\tan t}{1 + \tan t} dt$.

b. $\int \frac{dt}{\sin t + \sin 2t}$.

c. $\int \cos t \sqrt{\cos 2t} dt$

3. Calculer les primitives suivantes :

a. $\int \cos t e^{at} dt$.

b. $\int \sqrt{\frac{t+1}{t}} dt$ (poser $u = \sqrt{\frac{t+1}{t}}$).

c. $\int \frac{t}{\cos^2 t} dt$.

d. $\int \arctan \frac{t}{t+1} dt$.

e. $\int \frac{dt}{\sqrt{2-t-t^2}}$.

4. Calculer les intégrales définies suivantes :

a. $\int_4^9 \frac{dt}{\sqrt{t}-1}$.

b. $\int_{-\pi}^{\pi} t^2 \sin^3 t dt$.

c. $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^t - 1} dt$.

5. On pose, pour $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)^n}$.

a. Donner une relation de récurrence liant I_n et I_{n+1} .

b. Étudier la série $\sum \ln \frac{I_{n+1}}{I_n}$.

c. Déterminer la limite de la suite (I_n) .