Reprendre les chapitres séries entières et équations différentielles.

INTÉGRALES IMPROPRES

On pourra se limiter aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$.

Convergence des intégrales impropres *via* les intégrales partielles. Toute étude de convergence doit être précédée de la mention « la fonction intégrée est continue sur… », et ce pour éviter les études débiles de convergence en une borne en laquelle la fonction est continue.

Intégrales de référence.

Règles de comparaison (majoration, équivalent) pour les fonctions positives.

Quand une fonction possède une limite finie en un point fini, je parle d'intégrale « faussement impropre »

Absolue convergence (elle entraine la convergence).

Intégration par parties : pas de théorème. Elles peuvent être faites directement sous forme impropre, à la condition expresse qu'il y ait une vérification *a posteriori* de la validité du résultat (par finitude du crochet ou par convergence de la nouvelle intégrale).

Changements de variable : les « classiques » (ln, puissance, exponentielle) peuvent être effectués directement sans justification. Les moins classiques doivent être effectués sous forme propre, suivis d'un passage à la limite, ou en utilisant le théorème suivant :

Soit $f : I \to \mathbb{K}$ une fonction continue, et φ un $\mathcal{C}^1$-difféomorphisme de J (intervalle de $\mathbb{R}$) sur I. Alors les intégrales $\int_I f$ et $\int_J (f \circ \varphi)\varphi'$ sont de même nature et, en cas de convergence, sont égales au signe près suivant la monotonie de φ.

Intégration des relations de comparaison (théorèmes analogues à ceux des séries positives).