Pour cause de Covid chez le professeur de Mathématiques de la classe, l'avancée du cours a été quelque-peu chamboulée. Une séance de TD a eu lieu mardi, chapeauté par Théo Prosper, lequel a eu également pour mission d'assurer le cours sur la classification des isométries du plan et de l'espace grâce à ses notes de cours de l'an dernier. Nul douta qu'il aura fait ça très bien ! La semaine s'est achevée ce matin par une séance d'exercices en classe, mais en mon absence. Je vous demanderai donc de ne pas être trop exigeants pour cette colle. Merci d'avance !

ALGÈBRE EUCLIDIENNE

Tous les espaces envisagés sont **réels**, la notion de produit scalaire hermitien n'est plus au programme.
Attention, les modifications de programme ont été importantes dans ce chapitre !

1. Espaces préhilbertiens (réels)

Produits scalaires réels, exemples les plus classiques.
Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité, norme euclidienne associée au produit scalaire.
Théorème de Pythagore.
☞ Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.
Orthogonal d'un sous-espace vectoriel.

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie de E, alors E est somme directe de F et de son orthogonal, et le double orthogonal de F est F. Projection orthogonale sur F.

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie de E, et si x est un élément de E quelconque, la distance de x à F est atteinte en un point unique de F qui est le projeté orthogonal de x sur F.

2. Espaces euclidiens

Existence de bases orthonormées. Théorème de la « base orthonormée incomplète ». Existence d'un supplémentaire orthogonal pour tout sous-espace de E.
☞ Matrice de passage d'une base orthonormée à une autre, matrices orthogonales, groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal.
Définition d'une isométrie. Matrice d'une isométrie dans une base orthonormée.
Orientation d'un espace euclidien, produit mixte dans un espace orienté, produit vectoriel (je montre pour cela que toute forme linéaire sur E euclidien est la multiplication scalaire par un bon vecteur, sans évoquer d'isomorphisme naturel entre E et son dual : ce résultat est censé être prouvé… en analyse, dans le cours de calcul différentiel pour introduire le gradient !).
☞ Classification des isométries de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ euclidiens orientés.

Reste à traiter : la réduction des endomorphismes symétriques.

Ont disparu du programme :
- La notion d'adjoint ;
- La notion d'endomorphisme symétrique positif ;
- Les formes quadratiques.