Le symbole ☞ désigne les questions de cours possibles (énoncé plus démonstration). On peut toujours demander un énoncé précis de tout autre théorème, mais sa preuve ne sera pas exigible.

Par ailleurs, les exercices grisés apparaissant sur mes feuilles d'exercices correspondent aux exos-questions de cours posés au début de chaque oral de maths de CCP. Ils auront le plus souvent été traités au moment de la colle et pourront parfaitement être eux-aussi considérés comme des questions de cours. La liste complète de ces exercices figure sur mon site, en tête de la page « feuilles d'exercices ».

Merci à tous pour votre aide.

SUITES

1. Premiers éléments de topologie

En disséquant l'axiomatique des suites de réels convergentes, j'introduis les notions de distance puis de norme.

Distance sur un ensemble, convergence des suites dans un ensemble muni d'une distance (même si j'ai prononcé le mot, la notion d'espace métrique est hors programme). Unicité de la limite.

☞ Norme sur un $\mathbb{K}$-espace vectoriel ($\mathbb{K}=\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$), distance associée. Normes classiques sur $\mathbb{K}^n$ et sur les espaces de fonctions continues.

Normes équivalentes.

2. Convergence des suites d'un espace vectoriel normé

Axiomatique.

Toute suite convergente est bornée.

Conservation de la convergence et de la limite pour des normes équivalentes.

☞ Valeur d'adhérence d'une suite. Une suite extraite d'une suite convergente est convergente de même limite. Une suite convergente possède donc une unique valeur d'adhérence, en conséquence de quoi une suite possédant deux valeurs d'adhérence diverge.

☞ Théorème de Cesàro : je me contente de la version basique avec la moyenne arithmétique dans le cadre des espaces vectoriels normés, mais je prouve aussi le résultat dans le cas des suites réelles tendant vers $+\infty$. Cela donne donc deux questions de cours possibles.

3. Cas réel

☞ Convergence des suites croissantes majorées de réels.

Convergence des suites adjacentes, théorème des segments emboîtés.

Théorème de Bolzano-Weierstass dans $\mathbb{R}$. *La notion de suite de Cauchy n'est plus au programme.*

4. Récurrences linéaires doubles

J'ai refait les preuves vues à la main en début de Sup', mais cette fois-ci avec l'aide de l'Algèbre Linéaire.

5. Systèmes dynamiques

Notions de base sur les suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$. Cas où f est monotone. Rappel du principe consistant à majorer la dérivée pour obtenir une majoration du type $\left|u_{n+1} - \ell\right| \leq k\left|u_n - \ell\right|$ avec $0 \leq k < 1$.